جامعة القاهرة



قسم الرياضيات

Emad Hamdy

الفرقة الأولى
الاختبار النهائي لفصل الخريف 2012م
مقرر: التفاضل والتكامل ر131
زمن الاختبار: ساعتان – التاريخ: 2012/12/28 م
درجة الاختبار: 60 درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(1) (5 درجات) برهن بدون إستخدام قاعدة لوبيتال ان $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

(2) (8 درجات) نفرض ان $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$

(أ) أوجد نطاق ومدى الدالة f.

(ب) ابحث ما اذا كانت الدالة f زوجية ام فردية ام خلاف ذلك.

(ج) أوجد فترات تزايد وتناقص الدالة f.

(د) أوجد القيمة العظمى والصغرى، اكبر حد سفلى واصغر حد علوى للدالة f ومن ثم ابحث محدودية الدالة f.

(3) (6 درجات) إذا كانت $f(x) = \cos x, \quad g(x) = \sqrt{1-x^2}$ فاوجد gof, fog مع تحديد نطاق ومدى كل منهما.

(4) (9 درجات) اوجد النهايات الاتية (ان وجدت)

$(a) \lim_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x^2}$ $(b) \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2-4}}$ $(c) \lim_{x \to 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

(5) (7 درجات) (أ) اثبت انه اذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة x_o فانها تكون متصلة عند هذه النقطة. هل عكس هذه النظرية صحيح؟ مبررا اجابتك.

(ب) اثبت ان للمعادلة $x^3 + x - 1 = 0$ جذر حقيقي واحد على الاقل في الفترة $]0,1[$.

(6) (9 درجات) اوجد $\frac{dy}{dx}$ للدوال الاتية:

$(i) \quad y = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + \arctan x^2$ $(ii) \quad y = \tan^3(e^x) + x e^{\sin x}$ $(iii) \quad y = 2\operatorname{cosec}(2x) \sin x \cos x$

(7) (6 درجات) (أ) باستخدام تعريف المشتقة اوجد المشتقة الاولى للدالة $f(x) = \sin x$

(ب) اذا كانت $y = \sin^{-1} x$ فاثبت ان $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ مع ايجاد نطاق كل من الدالة ومشتقتها.

(8) (5 درجات) اذا كانت $y = x^x$ فاوجد $\frac{dy}{dx}$ ومن ثم استخدمها لايجاد النهاية $\lim_{x \to 1} \frac{x^x - x}{1 - x - \ln x}$.

(9) (5 درجات) اذا كانت
$$f(x) = \begin{cases} a + x; & x \le 0 \\ 3 + b\frac{\sin(x^3)}{x}; & x > 0 \end{cases}$$
فاوجد قيمة الثابت a التي تجعل الدالة f متصلة عند النقطة $x = 0$. هل توجد قيمة للثابت b تجعل الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = 0$ ؟مع التعليل.

الامتحان دا مهم أوووووووووو

كلية العلوم – جامعة القاهرة
قسم الرياضيات

الاختبار النهائي لمقرر التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) (كود ر 131) 24 مايو 2008
الوقت المسموح: ساعتان — الدرجة النهائية: 60 درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(1) إذا كانت $g(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$, $f(x)=\sqrt{x}$ ، فأوجد الدالة التركيبية gof مع تحديد نطاقها ثم ادرس اطراد الدالة gof على نطاقها باستخدام المشتقة. [6 درجات]

(2) (أ) احسب النهايتين: [3+3 = 6 درجات]

(i) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3+x^2-12}{x-2}$ (ii) $\lim_{x\to 0}\frac{x-x^2\sin(1/x)}{\sin(3x)}$

(ب) أوجد مشتقة الدالة $y=x^x$ ثم استخدمها في إيجاد النهاية $\lim_{x\to 1}\frac{x^x-x}{1-x+\ln x}$ [5 درجات]

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند النقطة a في نطاقها، فبرهن أن الدالة $|f|$ تكون متصلة كذلك عند النقطة a . هل العكس صحيح؟ علل إجابتك؟ [5 درجات]

(4) ادرس اتصال الدالة $f(x)=\begin{cases}\frac{|x-1|}{x^2-1} & , x\neq\pm1\\ 1/2 & , x=\pm1\end{cases}$ على نطاقها ، ثم احسب باستخدام قواعد الاشتقاق العادية $f'(0)$. [7 درجات]

(5) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍ من الدوال التالية على نطاق اشتقاقها: [3+3+3 = 9 درجات]

(i) $y=3^{-x}\tan^2\sqrt{x}$ (ii) $e^{xy}=x+y^2$

(iii) $y=x^{\sin^{-1}x}+\ln(x^2+1)$

(6) استنتج المشتقة النونية للدالـة $f(x)=\frac{1}{ax+b}$ ، حيث $a,b\in\mathbb{R}$ والمقام لا ينعدم، ثم استخدم قاعدة ليبنتز لإيجاد المشتقة النونية للدالـة $h(x)=\frac{x}{3-x}$ ومن ذلك استنتج $h^{(3)}(2)$ وضعها في أبسط صورة. [8 درجات]

(7) اذكر بدون برهان نظرية لاجرانج (القيمة المتوسطة للتفاضل) ثم حققها على الدالة $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ على الفترة $[0,2]$. [6 درجات]

(8) ادرس اطراد الدالة $f(x)=x^4-8x^2$ موضحا فترات التزايد و التناقص والقيم العظمى والصغرى وفترات التقعر ونقط الانقلاب ، ثم ارسم منحناها. [8 درجات]

انتهت الأسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق، أ. د محمد زيدان عبدالله & أ. د. محمد لمعي الملاح



كلية العلوم — قسم الرياضيات

الاختبار النهائي لفصل الربيع 2009 /2010م

مقرر: الرياضيات ر 131

زمن الاختبار: ساعتان — التاريخ : 2010/06/05 م

درجة الاختبار : 60 درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(1) [10 درجات] إذا كانت $g(x)=\sqrt{4-x^2}$ ، $f(x)=\sin^{-1}(x/2)$ ، فأوجد دالتي التحصيل fog ، gog وحدد نطـاق كل منهما، ثم أوجد المشتقة الأولى ونطاق الاشتقاق لكلٍ من الدالتين fog ، gog .

(2) [8 درجات] أثبت أنه إذا كانت $\lim_{x\to a} f(x)$ موجودة فهي وحيدة، ثم احسب النهايتين التاليتين (إن وجدتا):

(i) $\lim_{x\to\infty}\left(x^2+\frac{1}{x}\right)\sin^2\left(\frac{5}{x}\right)$ (ii) $\lim_{x\to 0}\csc(3x)(\sqrt{1+x+x^2}-1)$

(3) [6 درجات] إذا كانت $f(x)=\begin{cases} c+x+2 & , x\geq 0 \\ 3+b\dfrac{\sin^2 x}{|x|} & , x<0 \end{cases}$ ، فأوجد قيمة الثابت c لكـي تكـون الدالة f متصلة عند $x=0$ ، ومن ثَم أوجد قيمة الثابت b لتصبح الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=0$.

(4) [6 درجات] أثبت أن الدالة القابلة للاشتقاق عند نقطة تكون متصلة عند هذه النقطة. هل العكس صحيح دائماً؟ علل ما تقول؟.

(5) [7 درجات] أوجد $\frac{dy}{dx}(0)$ لكلٍ من الدوال التالية:

(i) $y=(2+\sin x)^x+\tan^{-1}(\sin x)$ (ii) $y=10^{x\tan x}$

(iii) $\ln(1+y)+xy=\ln 2$

[8 درجات] استنتج المشتقة النونيـة للدالـة $f(x)=\sin(ax+b)$ ، حيث $a,b\in\mathbb{R}$ ، ثم استخدم ة ليبنتز لإيجـاد المشتقة النونيـة للدالـة $h(x)=x\sin(2x)\cos(2x)$ ومـن ذلـك اسـتنتج قيمـة $h^{(3)}$ وضعها في أبسط صورة.

[6 درجات] احسب النهايتين $\lim_{x\to 0+} x^{\tan x}$ ، $\lim_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{\tan x-x}$.

[9 درجة] ابحث اطّراد الدالة $f(x)=x^4-4x^3+10$ موضحاً فترات التزايد وفترات التناقص والقيم والصغرى المحلية وفترات التقعر ونقاط الانقلاب ، ثم ارسم منحناها.

انتهت الأسئلة.

المنسق: أ. د. محمد لطفي الملاح

(١٤)

3- [8 درجات] هل يوجد عدد $k \in \mathbb{R}$ بحيث تكون الدالة g المعرفة كالتالي:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{\tan x}{x} & x \in \left]-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}\right[,\ x \neq 0, \\ k & x = 0, \end{cases}$$

قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = 0$ ؟ أوجد $g'(0)$ إن وجدت.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

١٦

6) الدالة $y = \cos^{-1} x$ قابلة للتفاضل علي النطاق ... ... ويكون باستخدام قانون مشتقة الدالة العكسية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{dx/dy} = \frac{1}{\dots\dots} =$$

7) إذا كانت $y^2 = 1 + \tan^{-1} x$ فإن

وبالتالي يكون $y' = \dots\ \dots$

$y'(0) = \pm\ \dots\ \dots$

8) إذا كانت $y = x^x + e^{\tan x}$ فإن

$y' = \dots\ \dots$

9) النقط الحرجة للدالة $f(x) = |x^2 - 9| - x$ هي ... ...

لأن ... ...

10) الدالة $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية رول علي الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ لأن ... ...

بالتالي توجد نقطة $c = \dots \in \dots$ ويكون عندها $f'(c) = \dots$

١٧

أكمل ما يلي : [كل فقرة درجتان]

(1) إذا كانت $g(x)=\frac{1-x}{x}$ ، $f(x)=\frac{1}{x+1}$ ، فإن

$(fog)(x)=$ ... ...

وهذا يعني أن الدالة العكسية لـ f هي ... ... $f^{-1}(x)=$.

(2) الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2+4}$ نطاقها ... ... ومداها هو ... وهي دالة محدودة لأن ... ...

...

(3) إذا كان نطاق دالة الصحيح $f(x)=[\sin x]$ هو $]-\pi,\pi[$ فإن مداها هو ... ... وهذه الدالة منفصلة عند النقط ... ...

(4) لتكن الدالة $f(x)=\cos(\pi x/2)-x^2$ معرفة علي النطاق $[0,1]$. إذن f متصلة علي هذه الفترة ويكون لها جذر حقيقي في الفترة المفتوحة $]0,1[$ لأن ... ...

... الدالة $f(x)=|x-1|\sqrt{x}$ متصلة علي النطاق .. ... وقابلة للتفاضل علي النطاق ... ...

...ـقتها تعطي ـــــ

$$f(x)=\begin{cases} \dots\ \dots & , \dots < x < \dots \\ \dots\ \dots & , \quad x > \dots \end{cases}$$



الاختبار النهائي لفصل الخريف ٢٠٠٧ /٢٠٠٨م

مقرر: الرياضيات ر ١٣١

زمن الاختبار: ساعتان — التاريخ: ٢٠٠٧/١٢/٢٩ م

درجة الاختبار: ٦٠ درجة

كلية العلوم — قسم الرياضيات

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) [٨ درجات] إذا كانت $g(x)=\sqrt{1-x^2}$, $f(x)=\cos^{-1}x$ ، فأوجد دالتي التحصيل fog ، gog وحدد نطـاق كل منهما، ثم أوجد المشتقة الأولى لكلٍ من الدالتين fog ، gog علي نطاق اشتقاقهما.

(٢) [٩ درجات] إذا علمت أن $\sin x < x < \tan x \ , \ \forall x \in]0,\pi/2[$ ، فبرهن أن $\lim\limits_{x\to 0+}\frac{\sin x}{x}=1$ ، ثم احسب النهايتين التاليتين (إن وجدتا):

$(i)\quad \lim\limits_{x\to\infty}\left(x+\frac{1}{x}\right)\sin\left(\frac{2}{x}\right)$ $\qquad (ii)\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{|\sin x\cos 5x|}{x}$

(٣) [٦ درجات] إذا كانت $f(x)=\begin{cases} a+x+1 & , \ x\le 0 \\ 3+b\,\dfrac{\sin(x^2)}{x} & , \ x>0 \end{cases}$ ، فأوجد قيمة الثابت a لكي تكون الدالة f متصلة علي $\mathbb{R}$ ، ومن ثَم أوجد قيمة الثابت b لتصبح الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=0$.

(٤) [٦ درجات] إذا كانـت $y=\sin^{-1}x$ ، فبرهن باستخدام قانون مشتقة الدالة العكسية أن $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ، ومن ثَم أثبت أن $(1-x^2)y''-x\,y'=0$.

(٥) [٨ درجات] أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍ من الدوال التالية علي نطاق اشتقاقها:

$(i)\quad y=x^x\sec^{-1}\sqrt{x}$ $\qquad (ii)\quad xy^2+\sin y=1$

$(iii)\quad x=3^t+\cos t \quad , \quad y=\ln(t^2+1)^3.$

(٦) [٨ درجات] استنتج المشتقة النونيـة للدالـة $f(x)=e^{ax+b}$ ، حيث $a,b\in\mathbb{R}$ ، ثم اكتب واستخدم ...بنتز لإيجـاد المشتقة النونيـة للدالـة $h(x)=(1-x)^2e^{-x+1}$ ومن ذلك اسـتنتج قيمـة $h^{(3)}(0)$ ...ي أبسط صورة.

(٧) [... درجات] حقق شروط قاعدة لوبيتال واستخدمها لحساب النهاية $\lim\limits_{x\to 0}\cot x\tan^{-1}x$.

(٨) [... درجة] ابحث اطّراد الدالة $f(x)=x^2(x^2-2)$ موضحاً فترات التزايد وفترات التناقص والقيم ...الصغري المحلية وفترات التقعر ونقاط الانقلاب ، ثم ارسم منحناها.



(٢)

الفرقة الأولى – الاختبار النهائي لفصل الربيع 2007 م
مقرر: الرياضيات ر 131
زمن الاختبار: ساعتان – التاريخ: 2007/05/26 م
درجة الاختبار: 60 درجة

كلية العلوم – قسم الرياضيات

للحصول علي الدرجة النهائية يجب شرح وكتابة جميع الخطوات بوضوح. يجب الكتابة بالقلم الجاف الأزرق أو الأسود.

أجب عن الأسئلة التالية:

(1) [8 درجات] إذا كانت $f(x)=\begin{cases}3+\sin(x-1) & , x<1\\ a\sqrt{x}+b & , x\ge 1\end{cases}$ فأوجد قيمة الثابتين a, b لكي تكون الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=1$.

(2) [8 درجات] أحسب النهايات التالية (إن وجدت):

$(i)\quad \lim_{x\to\infty}\left(x+\frac{1}{x}\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)\sin\left(\frac{2}{x}\right)$ $\qquad (ii)\quad \lim_{x\to 0}\frac{3\tan x-\tan 3x}{\sin 3x-3\sin x}$

$(iii)\quad \lim_{x\to 0}\frac{|\sin x|}{x}$

(3) [7 درجات] إذا كانت $g(x)=\sqrt{x}$, $f(x)=|x|$ ، فحدد نطاق الاتصال ونطاق الاشتقاق للدالة gof ، ثم احسب $(gof)'(x)$ ، $(gog)'(x)$.

(4) [8 درجات] إذا كانت $y=\left(\cos^{-1}(3x)\right)^2$ ، فبرهن أن $(1-9x^2)y''-9x\,y'-18=0$ ، ثم احسب $y'(0)$, $y''(0)$.

[9 درجات] أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍ من الدوال التالية علي نطاق اشتقاقها:

$(i)\quad y=\tan^{-1}(\cot x)+x\cos x\sin^3(x^2)$ $\qquad (ii)\quad x^2y-y^3=1+\tan(xy)$

$(iii)\quad x=\sec(5/t)\ ,\ y=\sec^{-1}(t^2+1).$

[9 درجات] استنتج المشتقة النونية للدالة $f(x)=\sin(ax+b)$ ، حيث $a,b\in\mathbb{R}$ ، ثم استخدم قاعدة ليبنتز لإيجاد المشتقة النونية للدالة $h(x)=(1+x)^2\sin(4x)$ ومن ذلك استنتج $h^{(3)}(0)$ ضعها في أبسط صورة.

[11 درجة] ابحث اطّراد الدالة $f(x)=x+\frac{9}{x}$ موضحاً فترات التزايد وفترات التناقص والقيم العظمى والصغرى المحلية وفترات التقعر ونقط الانقلاب وخطوط التقارب ، ثم ارسم منحناها.

انتهت الأسئلة.

4- [8 درجات] اكتب الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = \arctan \sqrt[3]{x}$ في صورة تركيب دالتين h ،g ومن ثم بيّن أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$. استخدم قاعدة السلسلة (مشتقة تركيب دالتين) في حساب $f'(\pi^3)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(٢٤)

(١) أكمل ما يلي :

(أ) الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-4}$ قابلة للاشتقاق على المجموعة ... ... ومشتقتها هي:

$f'(x)=$

(ب) الدالة $f(x)=x^5(\ln x)\cos x$ قابلة للاشتقاق على المجموعة ... ... ومشتقتها هي:

$f'(x)=$

(ج)(١٠ درجات) الدالة $f(x)=\sqrt{e^{2+x}+\sin(x^2)}$ قابلة للاشتقاق على المجموعة ... ...
ومشتقتها هي:

$f'(x)=$

ويكون ... $f'(0)=$ وينتج مباشرة من تعريف المشتقة ودون أدنى مشقة أن :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{e^{2+x}+\sin(x^2)}-e}{x}= \dots$$

(د) الدالة $f(x)=x^{\cos x}+3^x$ قابلة للاشتقاق على المجموعة ... ... ومشتقتها هي:

$f'(x)=$

(هـ) الدالة $f(x)=x+|x^2-1|$ متصلة على المجموعة ... ... وقابلة للاشتقاق على المجموعة ... ... ومشتقتها هي:

$$f'(x)=\begin{cases} \dots & , \quad x>\dots \text{ or } x<\dots \\ \dots & , \quad \dots<x<\dots \end{cases}$$



كلية العلوم – قسم الرياضيات

المستوى الأول – اختبار التدريبات فصل الربيع 2009 م
مقرر: الرياضيات ر 131
زمن الاختبار: 75 دقيقة – التاريخ: 2009.05.16 م
درجة الاختبار: 70 درجة

للحصول على الدرجة النهائية يجب شرح وكتابة جميع الخطوات بوضوح. يجب الكتابة بالقلم الجاف الأزرق أو الأسود.

أجب عن الأسئلة التالية :

[15 درجة] ابحث اتصال الدالة التالية على نطاقها:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{4+x^2}\ \sin x}{|x|} & , x<0 \\ [x]+2 & , x\geq 0 \end{cases}$$

[15 درجة] ادرس اتصال الدالة التالية على نطاقها ومن ثم أوجد قيمة الثابتين a , b لكي تكون الدالة متصلة على $\mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & , x<-1 \\ \dfrac{a\sin(x^2-1)}{x-1}+b & , -1\leq x<1 \\ 3 & , x\geq 1 \end{cases}$$

[10 درجات] أوجد باستخدام تعريف المشتقة $\dfrac{dy}{dx}$ للدالة $y=\cos\sqrt{x}$ وما هو نطاق اشتقاقها.

[درجة] أوجد $\dfrac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية :

$(i)\ xy^2+\cos y=y$

$(ii)\ f(x)=x^x\tan^{-1}\left(\sqrt{x}\right)$

$(iii)\ f(x)=3^{-2x}+\sin^{-1}(\cos x)$

[درجة] حدد (بدون إثبات) نطاق الاتصال ونطاق الاشتقاق لكل من الدالتين التاليتين ، ثم احسب المشتقة لكل منهما:

$(i)\ f(x)=|x^2-2x|$

$(ii)\ f(x)=[x]$

انتهت الأسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

قسم الرياضيات

الزمن : ثلاث ساعات

اختبار الفصل الدراسي الأول 2007 / 2008 ميلادية

مقرر : التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) (رب 101)

للطلاب المختلف عليهم هذا المقرر

أجب عن خمسة أسئلة فقط :

السؤال الأول :

(أ) إذا كان $g(x) = \sin x$ ، $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ، فأوجد gof مع تحديد نطاقها.

(ب) أوجد النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\ \lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$

$(ii)\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\tan x}$

$(iii)\ \lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{1+x+x^2} - x\right)$

$(iv)\ \lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

السؤال الثاني :

(أ) إذا كانت f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، فاكتب تعريف $\lim_{x\to a} f(x) = b$ حيث a, b أعداد حقيقية، ثم اثبت باستخدام هذا التعريف أن $\lim_{x\to 4} 3x = 12$.

(ب) إذا كان $\lim_{x\to a} f(x) = b$ ، فاثبت أن الدالة f تكون محدودة في جوار للنقطة a .

(ج) أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كان $x\sin' y + y'\cos x = y\tan x$.

السؤال الثالث :

(أ) ادرس اتصال الدالة التالية على نطاقها :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & , x \neq 2 \\ 3 & , x = 2 \end{cases}$$

(ب) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية :

$(i)\ y = \sin\left(\tan(x^2+1)\right)$

$(ii)\ y^4 - 3x^2y + 2 = 0$

$(iii)\ x = 3t + \cos t \quad , \quad y = \sin t \quad , 0 < t < \pi.$

(ج) عبر بالإحداثيات الكارتيزية عن كل من :

(i) النقطة p التي إحداثياتها القطبية هي $(6, 30^\circ)$.

(ii) المعادلة $r = a\cos\theta$ حيث $\theta \in [0, \pi]$.

تابع باقي الأسئلة في الصفحة التالية ⇐⇐⇐

جامعة القاهرة-كلية العلوم

قسم الرياضيات

يناير ٢٠٠٧

التفاضل والتكامل ١ (رب ١٠١) تخلفات

الزمن ثلاث ساعات

أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

أ- إذا كان $f(x)=\sqrt[3]{2+x}$ و $g(x)=\sqrt{x^3+4}$. أوجد gof محددا نطاقها.

ب- أوجد $\frac{dy}{dx}$ للدوال الآتية:

1) $y=\tan(\sin(x^2+1))$ $\quad x\in R$

2) $y=\arctan(\sqrt{1-x^2})$ $\quad |x|<1$

3) $x=\cos t+2t$ $\quad y=\sin t$ $\quad 0<t<\pi$

السؤال الثاني:

أوجد النهايات الآتية:

1) $\lim_{x\to a}\frac{\sin^2 x-\sin^2 a}{x-a}$

2) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)$

3) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{\arctan x}$

4) $\lim_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x}$

السؤال الثالث:

أوجد نطاق الدالة $f(x)=x^3-2x^2-4x$ ، وأوجد فترات تزايدها وتناقصها وقيمها العظمى والصغرى المحلية ونقاط انقلابها ثم ارسم منحناها بحيث تظهر على الرسم بوضوح فترات التزايد والتناقص والتقعر لأعلى ولأسفل والقيم العظمى والصغرى المحلية ونقاط الانقلاب ونقاط التقاطع مع محوري الاحداثيات.

الصفحة التالية

CA

Cairo University - Faculty of Science



Department of Mathematics

First Level (Midterm Exam) - Spring 2008

Course: Calculus (Math 101)

Time: 60 min. , Date: 03/05/2008

Total degree: 40 points

Name: Code no. :

Answer the following questions:

(1) [6 + 8 = 14 points]

(a) Find all real solutions of the inequality $2x + |x-1| \le 5$.

(b) Calculate the following two limits:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \quad , \quad \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 \sin(1/x) - \sin x}{x}$$

(2) [6 + 4 + 3 = 13 points]. Let $g(x) = \sin x$, $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

(a) Find D_f , R_f ; D_g , R_g .

(b) Find the two composite functions fog , fof and find their domains.

(c) Is the function f bounded? Find $\max f$, $\min f$ if exist.

(3) [5 +8 = 13 points].

(a) Find the horizontal and vertical asymptotes lines for the graph of the function:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

(b) Put the sign (✓) in front of the correct sentence:

(i) The function $f(x) = |x+1| + |x-1|$ is odd in $\mathbb{R}$.

(ii) The inverse of the function $f(x) = 1/x$ in $\mathbb{R}^*$ is the functio
$f^{-1}(x) = 1/x$.

(iii) The curve of the function $y = \cosh x$ cuts the x – axis at least one point.

(iv) The limit $\lim_{x \to 3} \frac{|x-3|}{x-3}$ exists and equal to 1.

With my best wishes,

Prof. Mohamed Zeid

(CQ)



كلية العلوم – قسم الرياضيات

المستوى الأول – اختبار أعمال فصل الخريف 2010 م
مقرر: التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) ر 131
زمن الاختبار: 45 دقيقة – التاريخ : 2010/11/06 م
درجة الاختبار : 40 درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

1) إذا كانت $g(x)=\sqrt{27-|x|}$, $f(x)=x^{3}$:

(13 = 3 + 2 + 8 درجة)

(أ) أوجد الدالة التركيبة gof مع تحديد نطاقها ومداها.

(ب) هل الدالة g زوجية أم فردية على نطاقها الطبيعي، وهل هي أحادية على نطاقها الطبيعي ؟ علل؟

(ج) هل الدالة gof محدودة ؟ أوجد $\min gof$, $\max gof$ (إن وجدتا)؟

---

2) إستخدم تعريف النهاية ($\varepsilon-\delta$ definition) لإثبات أن $\lim_{x\to 9}\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{1}{3}$ ، ثم أوجد إحدى قيم δ التي تناظر $\varepsilon=0.01$.

(10 درجات)

---

3) احسب النهاية $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 3x}\right)$

(7 درجات)

---

4) ضع علامة ✓ (صواب) أو علامة ✗ (خطأ) أمام العبارات التالية مع التعليل بمثال في حالة الخطأ:

a) كل دالة تزايدية تكون واحد لواحد.

b) إذا كانت $f(x)=[2\sin x]$ (حيث [...] هي دالة الصحيح) معرفة على $\mathbb{R}$ فإن مداها هو المجموعة $\{..,-1,0,1,2\}$

c) كل دالة فردية تكون دالة واحد لواحد.

d) إذا كانت الدالة g دالة عكسية للدالة f فإنه بالضرورة يكون $gof=fog$ على النطاق $D_f\cap D_g$.

e) إذا كان نطاق الدالة f محدود فإن الدالة f تكون محدودة .

(10 د

انتهت الأسئلة.



كلية العلوم – جامعة القاهرة

قسم الرياضيات

الاختبار النهائي لمقرر التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) (كود ر 131)

24 مايو 2008

الوقت المسموح: ساعتان

الدرجة النهائية: 60 درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(1) إذا كانت $g(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$, $f(x)=\sqrt{x}$ ، فأوجد الدالة التركيبية gof مع تحديد نطاقها ثم ادرس اطراد الدالة gof على نطاقها باستخدام المشتقة. [6 درجات]

(2) (أ) احسب النهايتين: [3+3= 6 درجات]

$(i)\ \lim_{x\to 2}\frac{x^3+x^2-12}{x-2}$ $\qquad (ii)\ \lim_{x\to 0}\frac{x-x^2\sin(1/x)}{\sin(3x)}$

(ب) أوجد مشتقة الدالة $y=x^x$ ثم استخدمها في إيجاد النهاية $\lim_{x\to 1}\frac{x^x-x}{1-x+\ln x}$. [5 درجات]

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند النقطة a في نطاقها، فبرهن أن الدالة $|f|$ تكون متصلة كذلك عند النقطة a .
هل العكس صحيح؟ علل إجابتك؟ [5 درجات]

(4) ادرس اتصال الدالة
$$f(x)=\begin{cases}\frac{|x-1|}{x^2-1} & , x\neq\pm1\\ 1/2 & , x=\pm1\end{cases}$$
على نطاقها ، ثم احسب باستخدام قواعد الاشتقاق العادية $f'(0)$. [7 درجات]

(5) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية على نطاق اشتقاقها: [3+3+3 = 9 درجات]

$(i)\quad y=3^{-x}\tan^2\sqrt{x}$ $\qquad (ii)\quad e^{xy}=x+y^2$

$(iii)\quad y=x^{\sin^{-1}x}+\ln(x^2+1)$

(6) استنتج المشتقة النونية للدالة $f(x)=\frac{1}{ax+b}$ ، حيث $a,b\in\mathbb{R}$ والمقام لا ينعدم، ثم استخدم قاعدة ليبنتز لإيجاد المشتقة النونية للدالة $h(x)=\frac{x}{3-x}$ ومن ذلك استنتج $h^{(3)}(2)$ وضعها في أبسط صورة. [8 درجات]

(7) اذكر بدون برهان نظرية لاجرانج (القيمة المتوسطة للتفاضل) ثم حققها على الدالة $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ في الفترة $[0,2]$. [6 درجات]

(8) ابحث اطراد الدالة $f(x)=x^4-8x^2$ موضحا فترات التزايد و التناقص والقيم العظمى والصغرى المحلية وفترات التقعر ونقط الانقلاب ، ثم ارسم منحناها. [8 درجات]

انتهت الأسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق، أ. د محمد زيدان عبدالله & أ. د. محمد لمعي الملاح

٢١



جامعة القاهرة
كلية العلوم - قسم الرياضيات

الإسم: .... الكود: .... المجموعة: ....

اجب عما يأتي :

١- اوجد نطاق ومدى كل من الدالتين $g(x)=|x|+1$ ، $f(x)=Cosx$
ثم اوجد $g\circ f$ ، $f\circ g$ ونطاق كل منهما.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

٢- إبحث ما إذا كانت الدالة $g(x)=|x|+1$ تناظرا أحاديا ثم ابحث وجود
$\inf f$ ، $\sup f$ ، $\min f$ ، $\max f$ إن وجد؟

....
....
....
....
....



كلية العلوم - جامعة القاهرة
قسم الرياضيات

الاختبار النهائي لمقرر التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) [illegible]
السبت 30 مايو 2009 — الوقت المسموح: ساعتان
المحصول على الدرجة النهائية يجب حل [illegible]
الأسئلة. [illegible]

أجب عن الأسئلة التالية: (كل سؤال 15 درجة)

السؤال الأول:

(أ) إذا كانت $g(x)=\sqrt{1-x^2}$ ، $f(x)=\cos(3/x)$ ، فأوجد دالة التحصيل [illegible]
ثم أوجد المشتقة الأولى للدالة f وادرس اطرادها.

(ب) احسب النهايتين التاليتين (إن وجدتا):

$$(i)\ \lim_{x\to\infty} x\cos(3/x)\tan(3/x) \qquad (ii)\ \lim_{x\to 0}\frac{x|x|}{\sin^2(3x)}$$

السؤال الثاني:

(أ) ادرس اتصال الدالة
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{3+x}}{x^2-1}, & x\neq 1\\ 1/8, & x=1\end{cases}$$
على الفترة [illegible] ، وهل الدالة محدودة على هذه الفترة؟ علل؟.

(ب) اثبت أن مشتقة الدالة $\tan^{-1}x$ هي $1/(1+x^2)$ ، ثم احسب النهاية $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin^{-1}x-\tan^{-1}x}{x}$ باستخدام قاعدة لوبيتال.

السؤال الثالث:

(أ) احسب المشتقة الأولى y' للدالة الآتية عند النقطة $x=0$:
$$y=(1+x^2)^{[illegible]}+x\,e^{x^2}\ln(3+\sqrt{1+x})$$

(ب) استنتج المشتقة النونية للدالة $f(x)=\dfrac{1}{2-x}$ ، ثم استخدم قاعدة ليبنتز لإيجاد المشتقة النونية للدالة $h(x)=\dfrac{x^2}{2-x}$.

السؤال الرابع:

إذا كانت $x^2+y^2=16$ ، فأثبت أن $y^3y''+16=0$.
ابحث اطراد الدالة $f(x)=9x+\dfrac{16}{x}$ وحدد نقط القيم العظمى والصغرى المحلية ونقط الانقلاب وفترات التقعر وارسم الدالة.

انتهت الأسئلة
مع أطيب التمنيات بالتوفيق

$x^2+y^2=16$
$y^2=16-x^2$

٢٢

CAIRO UNIVERSITY

FACULTY OF SCIENCE-DEPARTMENT OF MATHEMATICS

(FIRST TERM) Math 131 (Quiz 3)

Code Number:

Name:

(1) Compute the following limit:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x \sin^2 x}$$

(2) Discuss the continuity of the following function

$$f(x) = \begin{cases} [x] - x, & 0 \le x \le 2, \\ \dfrac{\sin(x-2)}{x-2}, & x > 2. \end{cases}$$

Solution:

٢٤

(2) استخدم تعريف النهاية ($\varepsilon - \delta$ definition) لإثبات أن $\lim_{x \to 2} \left(\frac{1}{x^2} - 1\right) = -\frac{3}{4}$ ، ثم أوجد إحدى قيم δ التي تناظر $\varepsilon = 0.01$. (10 درجات)

الحل:

كلية العلوم – جامعة القاهرة
قسم الرياضيات
اختبار التدريبات لمقرر التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (١) (كود ر ١٣١)   ٢٩ مايو ٢٠١١
الوقت المسموح: ساعة ونصف
الدرجة النهائية: ٤٠ درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي:

$$f(x)=\begin{cases} 2+3\dfrac{\sin^2 x}{x} & , x<0 \\ 2 & , x=0 \\ c+x^2\cos\left(\dfrac{3}{x}\right) & , x>0 \end{cases}$$

(أ) أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل الدالة متصلة عند النقطة $x=0$.

(ب) أحسب $f'_+(0)$ ، $f'_-(0)$ باستخدام التعريف (إن وجدتا) ؟

(ج) هل $f'(0)$ موجودة؟ اشرح ما تقول.

(١٠ درجات)

(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولي أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\cos x$.

(٧ درجات)

(٣) أوجد معادلة الخط المماس لمنحني الدالة $y=\tan^{-1}x$ عند النقطة علي المنحني التي تناظر $x=1$.

(٨ درجات)

(٤) أوجد المشتقة الأولي y' لكل من الدوال التالية :

$(i)\ x\sin y+y\cos x=y\tan^{-1}x$

$(ii)\ y=\cos^{-1}(\tan(1+x^2))$

$(iii)\ y=3^{\tan x}+e^{3\sin x}+x^{\sin x}$

(٩ درجات)

أعط مثالاً (مع الشرح) لدالة متصلة عند نقطة ولكنها غير قابلة للاشتقاق عند هذه النقطة.   (٦ درجات)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

منسق المقرر: أ. د. محمد لمعي

كلية العلوم – جامعة القاهرة
قسم الرياضيات

اختبار التدريبات لمقرر التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (١) (كود ر ١٣١)   ٢٩ مايو ٢٠١١

الدرجة النهائية: ٤٠ درجة   الوقت المسموح: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي:

$$f(x)=\begin{cases} 2+3\dfrac{\sin^2 x}{x} & , \ x<0 \\ 2 & , \ x=0 \\ c+x^2\cos\left(\dfrac{3}{x}\right) & , \ x>0 \end{cases}$$

(أ) أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل الدالة متصلة عند النقطة $x=0$.

(ب) أحسب $f'_+(0)$ ، $f'_-(0)$ باستخدام التعريف (إن وجدتا) ؟

(ج) هل $f'(0)$ موجودة؟ اشرح ما تقول.

(١٠ درجات)

(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولي أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\cos x$.

(٧ درجات)

(٣) أوجد معادلة الخط المماس لمنحني الدالة $y=\tan^{-1}x$ عند النقطة علي المنحني التي تناظر $x=1$.

(٨ درجات)

(٤) أوجد المشتقة الأولي y' لكل من الدوال التالية :

$(i)\ x\sin y+y\cos x=y\tan^{-1}x$

$(ii)\ y=\cos^{-1}(\tan(1+x^2))$

$(iii)\ y=3^{\tan x}+e^{3\sin x}+x^{\sin x}$

(٩ درجات)

(٥) أعط مثالاً (مع الشرح) لدالة متصلة عند نقطة ولكنها غير قابلة للاشتقاق عند هذه النقطة.   (٦ درجات)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

منسق المقرر: أ. د. محمد لمعي



٤٨ع

كلية العلوم – جامعة القاهرة
قسم الرياضيات

اختبار التكريبات لمقرر التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (١) (كود ر ١٣١)

٢٩ مايو ٢٠١١

الوقت المسموح: ساعة ونصف

الدرجة النهائية: ٤٠ درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي:

$$f(x)=\begin{cases} 2+3\dfrac{\sin^2 x}{x} & , x<0 \\ 2 & , x=0 \\ c+x^2\cos\left(\dfrac{3}{x}\right) & , x>0 \end{cases}$$

أ) أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل الدالة متصلة عند النقطة $x=0$.

ب) أحسب $f'_+(0)$ ، $f'_-(0)$ باستخدام التعريف (إن وجدتا) ؟

ج) هل $f'(0)$ موجودة؟ اشرح ما تقول.

(١٠ درجات)

(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولي أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\cos x$.

(٧ درجات)

(٣) أوجد معادلة الخط المماس لمنحني الدالة $y=\tan^{-1}x$ عند النقطة علي المنحني التي تناظر $x=1$.

(٨ درجات)

(٤) أوجد المشتقة الأولي y' لكل من الدوال التالية :

$(i)\ x\sin y+y\cos x=y\tan^{-1}x$

$(ii)\ y=\cos^{-1}(\tan(1+x^2))$

$(iii)\ y=3^{\tan x}+e^{3\sin x}+x^{\sin x}$

(٩ درجات)

أعط مثالاً (مع الشرح) لدالة متصلة عند نقطة ولكنها غير قابلة للاشتقاق عند هذه النقطة. (٦ درجات)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

منسق المقرر: أ. د. محمد لمعي

٢٤٩



كلية العلوم — قسم الرياضيات

الاختبار النهائي لفصل الخريف ٢٠٠٧ /٢٠٠٨م
مقرر: الرياضيات ر ١٣١
زمن الاختبار: ساعتان — التاريخ: ٢٠٠٧/١٢/٢٩م
درجة الاختبار: ٦٠ درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) [٨ درجات] إذا كانت $g(x)=\sqrt{1-x^2}$ ، $f(x)=\cos^{-1}x$ ، فأوجد دالتي التحصيل fog ، gog وحدد نطاق كل منهما، ثم أوجد المشتقة الأولى لكلٍ من الدالتين fog ، gog على نطاق اشتقاقهما.

(٢) [٩ درجات] إذا علمت أن $\sin x < x < \tan x \ , \ \forall x \in]0,\pi/2[$ ، فبرهن أن $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x}{x}=1$ ، ثم احسب النهايتين التاليتين (إن وجدتا):

$(i)\quad \lim_{x\to\infty}\left(x+\frac{1}{x}\right)\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ $\qquad (ii)\quad \lim_{x\to 0}\frac{|\sin x \cos 5x|}{x}$

(٣) [٦ درجات] إذا كانت $f(x)=\begin{cases} a+x+1 & , x\le 0 \\ 3+b\dfrac{\sin(x^2)}{x} & , x>0 \end{cases}$ ، فأوجد قيمة الثابت a لكي تكون الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$، ومن ثم أوجد قيمة الثابت b لتصبح الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x=0$.

(٤) [٦ درجات] إذا كانت $y=\sin^{-1}x$ ، فبرهن باستخدام قانون مشتقة الدالة العكسية أن $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ، ومن ثم أثبت أن $(1-x^2)y''-x\,y'=0$.

(٥) [٨ درجات] أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍ من الدوال التالية على نطاق اشتقاقها:

$(i)\quad y=x^x\sec^{-1}\sqrt{x}$ $\qquad (ii)\quad xy^2+\sin y=1$

$(iii)\quad x=3^t+\cos t \ , \ y=\ln(t^2+1)^3.$

(٦) [٨ درجات] استنتج المشتقة النونية للدالة $f(x)=e^{ax+b}$ ، حيث $a,b\in\mathbb{R}$ ، ثم اكتب واستخدم قاعدة ليبنتز لإيجاد المشتقة النونية للدالة $h(x)=(1-x)^2e^{-x+1}$ ومن ذلك استنتج قيمة $h^{(3)}(0)$ وضعها في أبسط صورة.

(٧) [٦ درجات] حقق شروط قاعدة لوبيتال واستخدمها لحساب النهاية $\lim_{x\to 0}\cot x\tan^{-1}x$.

(٨) [٩ درجة] ابحث اطّراد الدالة $f(x)=x^2(x^2-2)$ موضحاً فترات التزايد وفترات التناقص والقيم العظمى والصغرى المحلية وفترات التقعر ونقاط الانقلاب ، ثم ارسم منحناها.

انتهت الأسئلة.

٥٠

كلية العلوم – جامعة القاهرة – قسم الرياضيات



الفرقة الأولى

إختبار رقم : 3 مقرر: ر 131

(1)

زمن الاختبار: 10 دقائق

الإسم :

رقم الكود: المجموعة :

أحسب النهاية $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 \sin(1/x) + \cos x}{x^2}$.

الحل :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 \sin(1/x) + \cos x}{x^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3 \sin(1/x)}{x^2} + \lim_{x \to \infty} \frac{\cos x}{x^2} = \lim_{x \to \infty} x \sin(1/x) + \lim_{x \to \infty} \frac{\cos x}{x^2}$$

بوضع $y = \frac{1}{x}$ نجد أن $x \to \infty$ تكافئ أن $y \to 0+$ وبالتالي :

$$\lim_{x \to \infty} x \sin(1/x) + \lim_{x \to \infty} \frac{\cos x}{x^2} = \lim_{y \to 0+} \frac{\sin y}{y} + \lim_{y \to 0+} \underbrace{y^2 \cos\left(\frac{1}{y}\right)}_{\text{دالة محدودة} \cdot \text{دالة تؤول للصفر}} = 1 + 0$$

وينتج أن :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 \sin(1/x) + \cos x}{x^2} = 1$$

٥١

كلية العلوم – جامعة القاهرة – قسم الرياضيات



الفرقة الأولى

إختبار رقم : 3 مقرر: ر 131

(2)

زمن الاختبار: 10 دقائق

الإسم :

رقم الكود:

المجموعة :

أحسب النهاية $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x - x\cos x}{x^2 + x}$.

الحل : بالقسمة بسطاً ومقاماً علي x نجد أن :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x - x\cos x}{x^2 + x} = \lim_{x \to 0} \frac{\left(\frac{\sin 2x}{x}\right) - \cos x}{(x+1)} = \lim_{x \to 0} \frac{\left(\frac{\sin 2x}{2x}\right) \cdot 2 - \cos x}{(x+1)}$$

حيث أن نهاية المقام لا تنعدم وأن $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{2x} = 1$ ، $\lim_{x \to 0} \cos x = 1$ إذن يكون :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x - x\cos x}{x^2 + x} = \frac{2-1}{1} = 1$$



كلية العلوم – قسم الرياضيات

الفرقة الأولى – اختبار الدوريات فصل الخريف 2010 م

مقرر: الرياضيات ر ١٣١

زمن الاختبار: ٩٠ دقيقة – التاريخ: 2010/١٢/18 م

درجة الاختبار: ١٣٥ درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

(I) احسب النهايات التالية: (٣٠ درجة)

(1) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x + x^2 + x^3 + x^4 - 4}{x - 1}$ (2) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^3(2x)}{\tan x - \sin x}$ (3) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{16x^2 + 1}}{x + 3}$

(II) (أ) إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 + a\sin(2x) & , \ x \le 0 \\ c + x^2 \sin\left(\dfrac{3}{x}\right) & , \ x > 0 \end{cases}$$

(i) أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل الدالة متصلة عند النقطة $x = 0$. (٥ درجات)

(ii) احسب $f'_+(0)$ ، $f'_-(0)$ باستخدام التعريف (إن وجدتا) ؟ (١٥ درجة)

(iii) احسب قيمة الثابت a لكي تكون الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = 0$. (٥ درجات)

(iv) احسب باستخدام قواعد الاشتقاق العادية $f'\left(\dfrac{1}{\pi}\right)$ ، $f'(-\pi)$. (١٠ درجات)

(ب) بين أن منحنى الدالة $f(x) = 2x + 1 + 4\cos(\pi x)$ يقطع محور السينات مرتين على الأقل في الفترة $\left[0 , \dfrac{3}{2}\right]$ مع ذكر النظرية المستخدمة. (١٠ درجات)

(III) حدد نطاق اشتقاق كل من الدوال التالية ، ثم احسب المشتقة : (٤٠ درجة)

(1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x - 3}}{x - 4}$ (2) $g(x) = \cos^{-1}\left(\sin\left(x^2\right)\right)$

(3) $h(x) = 5^{x^3} + \tan(\ln x)$ (4) $k(x) = \left|x^2 - 4x\right|$

(أ) أوجد y' عند النقطة $(1,1)$ إذا علمت أن $x^3 - \ln(xy) + y^3 = 2$. (١٠ درجات)

(ب) أوجد معادلة الخط المماس للمنحنى المعطى بالصورة البارامترية $x = t^3 - t$ ، $y = 3(1 - \cos \pi t)$ عندما $t = 1$. (١٠ درجات)

مع أطيب التمنيات بالنجاح

منسق المقرر: أ. د. محمد زيدان عبدالله



كلية العلوم – جامعة القاهرة

قسم الرياضيات

الاختبار النهائي لمقرر التفاضل و التكامل و الهندسة التحليلية (1) (ر131)

26 مايو 2012 — الوقت المسموح به: ساعتان — الدرجة الكلية: 60 درجة

اجب عن الأسئلة التالية:

1- (أ) إذا كان $f(x)=x^2+2$ ، $g(x)=\sqrt{x}$ فاوجد الدالة التركيبية gof و نطاقها و مداها.

(ب) باستخدام تعريف نهاية دالة أثبت أن $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x^2+1}=\frac{1}{5}$

2- (أ) احسب النهايات التالية:

(i) $\lim_{x\to\infty} x^2\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)$ (ii) $\lim_{x\to 0}\frac{3x+1-\cos^2 x}{\sin x}$

(iii) $\lim_{x\to 0}\frac{|2x-1|-|2x+1|}{x}$

(ب) اثبت أنه إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق عند $x=x_0$ فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة.

(ج) اوجد قيمة الثابت c التي تجعل الدالة متصلة عند $x=4$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-c^2 & x<4 \\ cx+20 & x\geq 4 \end{cases}$$

3- (أ) باستخدام تعريف المشتقة ، اوجد مشتقة الدالة $f(x)=\sin x$ عند $x=\pi$

(ب) اوجد $\acute{y}$ لكل من الدوال التالية:

(i) $y=\sin^2(\tan\sqrt{x^2+1})$ (ii) $xy^2+\sqrt{xy}+x^4=0$

(iii) $y=(\tan^{-1}x)^{x^2}$ (iv) $y=\sin^{-1}(\sin 2x)$

4- (أ) اوجد المشتقة النونية $y^{(n)}$ للدوال التالية:

(i) $y=(x^4+1)(\sin 2x)$ (ii) $y=\frac{x^2+3}{2x+5}$

(ب) استخدم قاعدة لوبيتال لايجاد النهايات التالية:

(i) $\lim_{x\to 0}\frac{6^x-2^x}{x}$ (ii) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-x}{x^3}$ (iii) $\lim_{x\to 0^+} x^{\tan x}$





Cairo University - Faculty of Science
Department of Mathematics

Final Exam of **Calculus (I)** (code: Math 101)
Petroleum Geoscience's Program

10 June 2008 Time allowed: Two hours Total degree: 60 points

Answer the following questions:

(1) (a) **Solve** the inequality $x-|2x-3|>4$, and write the answer in an interval form. [5 points]

(b) If $y=x\ln x$, **prove that** $x^2y''-xy'+y=0$. [5 points]

(2) If $f(x)=\frac{1}{x}-1$ and $g(x)=\frac{1}{x+1}$, **find** each of the following in a simplest form: [2+2+2+2+2=10 points]

(i) $(fog)(3)$ (ii) $(fog)'(3)$ (iii) $(fof)'(x)$

(iv) $(gog)'(0)$ (v) $\left(g^{-1}(x)\right)'$

(3) **Find** the following two limits: [5+5 =10 points]

(i) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2\sin(\frac{1}{x})-\cos x}{x}$ (ii) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x^2-1}}$

(4) **Discuss** the continuity of the function $f(x)=\begin{cases} x+\dfrac{\sin x}{|x|} & , x\neq \\ 1 & , x= \end{cases}$

in its domain $\mathbb{R}$ and find $f'(-\pi)$. [7+3 = 10 point

(5) **Find** $\dfrac{dy}{dx}$ for the following functions and **calculate** its value when $x=0$:

[3+4+3=10 po

(i) $y=\arctan(\sin x)$ (ii) $y=5^x\ln(x^2+1)$

(iii) $x=t^3+1$, $y=t-\cos(\pi t)$

(6) **Discuss** the properties of the function $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ and **Sketch** its graph.

[10 p

With my best wishes, Prof. Dr. Mohamed Zeidan

كلية العلوم – جامعة القاهرة
قسم الرياضيات
الزمن : ثلاث ساعات

امتحان الفصل الدراسي الأول 2010 / 2011 ميلادية
مقرر : التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) (ر ب 101)
للطلاب المتخلف عليهم هذا المقرر

أجب عن خمسة أسئلة فقط :

السؤال الأول :

(أ) إذا كان $g(x) = \sin x$, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ، فأوجد gof مع تحديد نطاقها

(ب) أوجد النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\ \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{|x-1|}{x-1}$ $\qquad (ii)\ \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sin x}$

$(iii)\ \lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{2+x^2} - x\right)$ $\qquad (iv)\ \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x - \sin x}{x^2}$

السؤال الثاني :

(أ) إذا كانت f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، فاكتب تعريف $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ حيث a , b أعداد حقيقية، ثم اثبت باستخدام هذا التعريف أن $\lim\limits_{x \to 3} 3x = 9$.

(ب) إذا كان $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ ، فاثبت أن الدالة f تكون محدودة في جوار للنقطة a .

(ج) أوجد $\dfrac{dy}{dx}$ إذا كان $x^2 \sin y + y^2 \cos x = y \tan x$.

السؤال الثالث :

(أ) ادرس اتصال الدالة التالية على نطاقها :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & , x \neq 2 \\ 6 & , x = 2 \end{cases}$$

(ب) أوجد $\dfrac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية :

$(i)\quad y = \sin\left(\tan(x^2+1)\right)$

$(ii)\quad y^5 - 3x^2y^2 + 2 = 0$

$(iii)\quad x = t^2 + \cos t \quad , \quad y = \tan t \quad , 0 < t < \pi.$

(ج) عبر بالإحداثيات الكارتيزية عن كل من :

(i) النقطة p التي إحداثياتها القطبية هي $(7, 45^\circ)$.

(ii) المعادلة $r = a \sin\theta$ حيث $\theta \in [0, \pi]$.

تابع باقي الأسئلة في الصفحة التالية ⟸

السؤال الرابع :

(أ) بين أن المعادلة $x^3 + x - 1 = 0$ لها على الأقل جذر حقيقي واحد في الفترة المغلقة $[0,1]$ وأوجد قيمة تقريبية لهذا الجذر.

(ب) باستخدام تعريف المشتقة الأولى أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ حيث $x > -1$.

(ج) ضع المعادلة التالية في الصورة القطبية $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$

السؤال الخامس :

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدالتين التاليتين :

$(i)\quad y = \left(\arccos(\sin x^2)\right)\sin x^3$ $\qquad (ii)\quad y = \cot\left(5\arctan(\sqrt{1+x^2})\right)$

(ب) أثبت أنه إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة x_0 فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة.
هل العكس دائماً صحيح؟ إثبت ما تقول.

(ج) باستخدام نقل المحاور أزل حدود الدرجة الأولى من المعادلة $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$

السؤال السادس :

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كان $x \sin y + y^2 (\cos x)^4 = \tan(x + y)$.

(ب) أوجد معادلة المنحنى $x^2 - 2\sqrt{3}\, xy - y^2 = 8$ إذا أدرنا محاور الإحداثيات بزاوية مقدارها $\frac{\pi}{3}$.

(ج) ابحث تزايد أو تناقص الدالة $f(x) = x^3 + 1$ على نطاقها.

السؤال السابع:

(أ) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & , x \le 1 \\ 2x + b & , 1 < x < 2 \\ bx - 2 & , x \ge 2. \end{cases}$$

فأوجد قيم الثابتين a, b لكي تكون الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$.

(ب) احسب النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\quad \lim_{x \to \infty} \frac{\sin 3x}{x}$ $\qquad (ii)\quad \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{|x|} + 3\right)\sin x$

$(iii)\quad \lim_{x \to 0} \frac{(1 - \cos x)\tan x}{x^3}$ $\qquad (iv)\quad \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

(3) [6 + 4 = 10 points] **Calculate the following two limits:**

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) - \sin(x^2 + x)}{x} \quad , \quad \lim_{x \to -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+2}}{x+1}$$

Solution:

جامعة القاهرة-كلية العلوم

قسم الرياضيات

يناير ٢٠٠٧

التفاضل والتكامل ١ (ر ب ١٠١) تخلفات

الزمن ثلاث ساعات

أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

أ- إذا كان $f(x)=\sqrt[3]{2+x}$ و $g(x)=\sqrt{x^3+4}$. أوجد gof محددا نطاقها .

ب- أوجد $\frac{dy}{dx}$ للدوال الآتية:

1) $y=\tan(\sin(x^2+1))$ $\quad x\in \mathbf{R}$

2) $y=\arctan(\sqrt{1-x^2})$ $\quad |x|<1$

3) $x=\cos t+2t$ $\quad y=\sin t$ $\quad 0<t<\pi$

السؤال الثاني:

أوجد النهايات الآتية:

1) $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sin^2 x-\sin^2 a}{x-a}$

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)$

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{\arctan x}$

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\cos x}{x}$

السؤال الثالث :

أوجد نطاق الدالة $f(x)=x^3-2x^2-4x$ ، وأوجد فترات تزايدها وتناقصها وقيمها العظمى والصغرى المحلية ونقاط انقلابها ثم ارسم منحناها بحيث تظهر على الرسم بوضوح فترات التزايد والتناقص والتقعر لأعلى ولأسفل والقيم العظمى والصغرى المحلية ونقاط الانقلاب ونقاط التقاطع مع محوري الإحداثيات.

أنظر الصفحة التالية

السؤال الرابع:

أوجد قيمة k التي تجعل الدالة $f(x)=\begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ k & x=0 \end{cases}$ متصلة عند $x=0$. ثم برهن أن f تكون في هذه الحالة قابلة للاشتقاق عند $x=0$ ، وأوجد قيمة هذه المشتقة .

السؤال الخامس:

أ- أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة (0,0) إذا كانت

$$y\sin x + x\cos y = \tan(x+y)$$

ب- إذا كانت f دالة معرفة على $\mathbf{R}$ ، فاكتب تعريف $\lim_{x\to\infty} f(x)=b$ حيث b عدد حقيقي.

جـ- أعط مثالا لدالة متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند نقطة من نطاقها.

السؤال السادس:

اوجد المشتقة النونية للدالة $f(x)=\dfrac{\sin(2x+3)}{x+2}$.

السؤال السابع

أ- برهن أن المعادلة $x^3+x+1=0$ لها على الأقل جذر حقيقي واحد في الفترة $[-1,\ 0]$ واوجد قيمة تقريبية لهذا الجذر بحيث لا تتعدى نسبة الخطأ 0.05 .

ب- إذا كانت $f(x)=x\cos x\ ,\ x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ ، فبرهن أنه توجد على الأقل نقطة $x_0\in]0,\frac{\pi}{2}[$ بحيث $f'(x_0)=0$.

٦٥

كلية العلوم - جامعة القاهرة
قسم الرياضيات
الزمن : ثلاث ساعات

اختبار الفصل الدراسي الأول 2008 / 2009 ميلادية
مقرر : التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (1) (ر ب 101)
للطلاب المتخلف عليهم هذا المقرر

أجب عن خمسة أسئلة فقط :

السؤال الأول :

(أ) إذا كان $g(x) = \cos x$, $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، فأوجد gof مع تحديد نطاقها

(ب) أوجد النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\ \lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$ $\qquad (ii)\ \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

$(iii)\ \lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{1 + x^2} - x\right)$ $\qquad (iv)\ \lim_{x \to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$

السؤال الثاني :

(أ) إذا كانت f دالة معرفة علي $\mathbb{R}$ ، فاكتب تعريف $\lim_{x \to a} f(x) = b$ حيث a, b أعداد حقيقية، ثم اثبت باستخدام هذا التعريف أن $\lim_{x \to 3} 4x = 12$

(ب) إذا كان $\lim_{x \to a} f(x) = b$ ، فاثبت أن الدالة f تكون محدودة في جوار للنقطة a .

(ج) أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كان $x \sin y + y \cos x = y \tan x$

السؤال الثالث :

(أ) ادرس اتصال الدالة التالية علي نطاقها :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & , \ x \neq 3 \\ 6 & , \ x = 3 \end{cases}$$

(ب) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية :

$(i)\quad y = \cos\left(\tan(x^2 + 1)\right)$

$(ii)\quad y^7 - 3x^2y^2 + 2 = 0$

$(iii)\quad x = t^2 + \cos t \quad , \quad y = \tan t \quad , 0 < t < \pi.$

(ج) عبر بالإحداثيات الكارتيزية عن كل من :

(i) النقطة p التي إحداثياها القطبية هي $(7, 45^\circ)$.

(ii) المعادلة $r = a \sin\theta$ حيث $\theta \in [0, \pi]$.

تابع باقي الأسئلة في الصفحة التالية ⇐⇐⇐

السؤال الرابع

(أ) بين أن المعادلة $x^2 + x - 1 = 0$ لها علي الأقل جذر حقيقي واحد في الفترة المغلقة $[0,1]$ وأوجد قيمة تقريبية لهذا الجذر.

(ب) باستخدام تعريف المشتقة الأولي أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ حيث $x > 0$.

(ج) ضع المعادلة التالية في الصورة القطبية $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$

السؤال الخامس :

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدالتين التاليتين :

$(i)\quad y = (\arccos(\sin x))\sin x^3$ $\qquad (ii)\quad y = \tan\left(5\arctan(\sqrt{1+x^2})\right)$

(ب) أثبت أنه إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة x_0 فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة. هل العكس دائماً صحيح؟ إثبت ما تقول.

(ج) باستخدام نقل المحاور أزل حدود الدرجة الأولي من المعادلة $x^2 + y^2 - 2x - y - 4 = 0$

السؤال السادس :

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كان $x^2 \sin 3y + y(\cos x)^3 = \cot(x + y)$.

(ب) أوجد معادلة المنحني $x^2 - 2\sqrt{3}\,xy - y^2 = 8$ إذا أدرنا محاور الإحداثيات بزاوية مقدارها $\frac{\pi}{3}$.

(ج) ابحث تزايد أو تناقص الدالة $f(x) = x^2 + 2$ علي نطاقها.

السؤال السابع:

(أ) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} ax & , x \le 1 \\ 2x + b & , 1 < x < 2 \\ bx + 3 & , x \ge 2. \end{cases}$$

فأوجد قيم الثابتين a , b لكي تكون الدلة f متصلة علي $\mathbb{R}$.

(ب) احسب النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\quad \lim_{x \to \infty} \frac{\sin x}{x}$ $\qquad (ii)\quad \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} + 3\right)\sin x$

$(iii)\quad \lim_{x \to 0} (1 + \cos 2x)\tan x$ $\qquad (iv)\quad \lim_{x \to 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 9}$

كلية العلوم - جامعة القاهرة
قسم الرياضيات
الزمن : ثلاث ساعات

اختبار الفصل الدراسي الأول 2010 / 2011 ميلادية
مقرر : التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية (I) (ر ب 101)
للطلاب المتخلف عليهم هذا المقرر

أجب عن خمسة أسئلة فقط :

السؤال الأول :

(أ) إذا كان $g(x)=\sin x$, $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ ، فأوجد gof مع تحديد نطاقها

(ب) أوجد النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\ \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{|x-1|}{x-1}$ $\qquad (ii)\ \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$

$(iii)\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{2+x^2}-x\right)$ $\qquad (iv)\ \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^2}$

السؤال الثاني :

(أ) إذا كانت f دالة معرفة علي $\mathbb{R}$ ، فاكتب تعريف $\lim\limits_{x\to a}f(x)=b$ حيث $a\,,b$ أعداد حقيقية، ثم اثبت باستخدام هذا التعريف أن $\lim\limits_{x\to 3}3x=9$.

(ب) إذا كان $\lim\limits_{x\to a}f(x)=b$ ، فاثبت أن الدالة f تكون محدودة في جوار للنقطة a .

(ج) أوجد $\dfrac{dy}{dx}$ إذا كان $x^2\sin y+y^2\cos x=y\tan x$.

السؤال الثالث :

(أ) ادرس اتصال الدالة التالية علي نطاقها :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & ,\ x\neq 2\\ 6 & ,\ x=2\end{cases}$$

(ب) أوجد $\dfrac{dy}{dx}$ لكل من الدوال التالية :

$(i)\quad y=\sin\left(\tan(x^2+1)\right)$

$(ii)\quad y^5-3x^2y^2+2=0$

$(iii)\quad x=t^2+\cos t\quad ,\quad y=\tan t\quad ,\ 0<t<\pi.$

(ج) عبر بالإحداثيات الكارتيزية عن كل من :

(i) النقطة p التي إحداثياتها القطبية هي $(7,45^\circ)$.

(ii) المعادلة $r=a\sin\theta$ حيث $\theta\in[0,\pi]$.

تابع باقي الأسئلة في الصفحة التالية ⇐⇐⇐

٦٨

(٢) إستخدم تعريف النهاية ($\varepsilon - \delta$ definition) لإثبات أن $\lim_{x \to -2} \left(\frac{1}{x^2} - 1\right) = -\frac{3}{4}$ ، ثم أوجد إحدى قيم δ التي تناظر $\varepsilon = 0.1$.

(٨ + ٢ = ١٠ درجات)

(٣) أوجد النهايتين (٤ + ٦ = ١٠ درجات)

(1) $\lim_{x \to 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

(2) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \sin(1/x) + \sin(x^2+x)}{x}$

السؤال الرابع :

(أ) بين أن المعادلة $x^3 + x - 1 = 0$ لها علي الأقل جذر حقيقي واحد في الفترة المغلقة $[0,1]$ وأوجد قيمة تقريبية لهذا الجذر

(ب) باستخدام تعريف المشتقة الأولي أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{x+1}$ حيث $x > -1$.

(ج) ضع المعادلة التالية في الصورة القطبية $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$

السؤال الخامس :

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل من الدالتين التاليتين :

$(i)\quad y = \left(\arccos(\sin x^2)\right)\sin x^3$

$(ii)\quad y = \cot\left(5\arctan(\sqrt{1+x^2})\right)$

(ب) أثبت أنه إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة x_0 فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة هل العكس دائماً صحيح؟ إثبت ما تقول.

(ج) باستخدام نقل المحاور أزل حدود الدرجة الأولي من المعادلة $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$

السؤال السادس :

(أ) أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كان $x\sin y + y^2(\cos x)^4 = \tan(x+y)$.

(ب) أوجد معادلة المنحني $x^2 - 2\sqrt{3}\,xy - y^2 = 8$ إذا أدرنا محاور الإحداثيات بزاوية مقدارها $\frac{\pi}{3}$.

(ج) ابحث تزايد أو تناقص الدالة $f(x) = x^3 + 1$ علي نطاقها.

السؤال السابع:

(أ) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & , x \le 1 \\ 2x + b & , 1 < x < 2 \\ bx - 2 & , x \ge 2. \end{cases}$$

فأوجد قيم الثابتين a, b لكي تكون الدلة f متصلة علي $\mathbb{R}$.

(ب) احسب النهايات التالية (إذا كانت موجودة):

$(i)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{\sin 3x}{x}$

$(ii)\quad \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{|x|} + 3\right)\sin x$

$(iii)\quad \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)\tan x}{x^3}$

$(iv)\quad \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$